

RECURSOS DIDÁTICOS NUMA AULA DE ENSINO EXPLORATÓRIO: DA PRÁTICA À REPRESENTAÇÃO DE UMA PRÁTICA¹

Hélia Oliveira

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa
hmoliveira@ie.ul.pt

Luís Menezes

Escola Superior de Educação de Viseu/ CI&DETS
menezes@esev.ipv.pt

Ana Paula Canavarro

Universidade de Évora & Unidade de Investigação do IE da Universidade de Lisboa
apc@uevora.pt

Resumo. Esta comunicação pretende analisar as intenções e ações de uma professora no que diz respeito ao uso de recursos didáticos numa aula de matemática de ensino exploratório de uma turma do 4.º ano, centrada no desenvolvimento do pensamento algébrico. Este estudo decorreu no contexto do planeamento e concretização de um *caso multimédia* que ilustra práticas de ensino exploratório a ser usado na formação de professores, no âmbito de um projeto de investigação. Integra-se numa investigação mais ampla de *Design Research*, em que a investigação sobre a prática dos professores dá origem à construção de materiais multimédia para a formação, sendo depois testados em vários contextos formativos. Para a presente comunicação, a recolha de dados foi realizada com uma professora com experiência de ensino exploratório, a partir da realização de uma tarefa matemática, recorrendo-se à gravação vídeo da aula, a duas entrevistas à professora, antes e após a aula, ao plano de aula e às resoluções escritas dos alunos. Os resultados evidenciam que os recursos didáticos merecem uma atenção particular da professora, desde a fase de planificação da aula, e têm uma forte presença no momento de introdução da tarefa à turma, acompanhando a sua intenção de garantir a adesão dos alunos à tarefa e a sua apropriação. O *caso multimédia* construído retrata a prática da professora, em diversas dimensões, tendo características que poderão ajudar outros professores a reconhecer as potencialidades da utilização de recursos num ensino exploratório e a dar pistas sobre quando e como estes poderão ser utilizados.

Palavras-chave. Recursos didáticos; práticas profissionais; desenvolvimento do pensamento algébrico; casos multimédia.

Introdução

O ensino exploratório pressupõe novos papéis para professor e alunos quando se compara com a aula tradicional assente no tipo de ensino direto, em que a informação é difundida do professor para os alunos (Ponte, 2005). No ensino exploratório, “a ênfase desloca-se da atividade ‘ensino’ para a atividade mais complexa ‘ensino-aprendizagem’” (Ponte, 2005, p. 13), em que tanto o professor como os alunos estão ativos, à sua maneira. Nesta visão do ensino e da aprendizagem, os alunos aprendem em resultado do seu trabalho com tarefas ricas e

¹ Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia no âmbito do Projeto Práticas Profissionais dos Professores de Matemática (contrato PTDC/CPECED/098931/2008).

sobretudo da possibilidade de partilharem e discutirem as suas ideias. Dessa forma, os alunos têm oportunidade de ver surgir conhecimentos e procedimentos matemáticos como resultado de uma construção coletiva, na base da negociação de significados (Canavarro, 2011; Ponte, 2005).

O sucesso da aprendizagem dos alunos neste tipo de aulas depende da concretização de uma estratégia de ensino que pressupõe diversos momentos, em que o trabalho dos alunos com tarefas matemáticas, apoiadas por recursos didáticos, é central. Em particular, os materiais manipuláveis têm um papel importante durante a aula, em especial, quando os alunos trabalham autonomamente, procurando resolver os problemas que lhes são propostos, lidando com ideias e relações matemáticas (Matos & Serrazina, 1996). Nesta visão da aula de Matemática, o trabalho dos alunos implica da parte do professor um trabalho correspondente, tanto na fase de preparação como na aula, no acompanhamento e monitorização dos alunos. Dada a exigência para o professor deste tipo de aulas, também pelo facto de esta ser uma abordagem metodológica ainda nova para muitos e não ser fácil à generalidade dos professores ter acesso à observação de práticas de sala de aula significativas, o projeto de investigação P3M – *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*, numa das suas ações, propõe-se construir casos multimédia a partir da investigação dessa prática para serem usados em contextos de formação (McGraw, Lynch, Koc, Budak, & Brown, 2007).

Nesta comunicação, partindo de um *caso multimédia*² de uma aula do 4.º ano, pretendemos refletir sobre as ações e intenções da professora relativamente aos recursos didáticos a utilizar a partir do momento em que planeia a aula e depois na aula, com principal incidência no momento da introdução da tarefa.

Materiais manipuláveis e ensino exploratório

A Matemática, de modo mais vincado do que as outras disciplinas escolares, lida com abstrações. Os conceitos matemáticos, como por exemplo o de número, o de volume ou o de média, são abstrações, ou seja, são construções mentais que foram desenvolvidas pelo ser humano ao longo do tempo com o intuito de resolver problemas do seu quotidiano, mas também como resultado do simples propósito de saber mais. A Matemática, como é referida no atual programa de Matemática do ensino básico (ME, 2007), “não é uma ciência sobre o mundo, natural ou social, no sentido em que o são algumas das outras ciências, mas sim uma ciência que lida com objetos e relações abstratas” (p. 2). Nessa medida, o professor de Matemática, principalmente nos primeiros anos de escolaridade, deve ter como preocupação proporcionar aos alunos boas representações dos conceitos que se propõe ensinar, ou seja, é importante que os conceitos que por natureza são abstratos possam ser “tornados presentes” aos alunos. Os materiais específicos ou os objetos do dia-a-dia podem constituir-se como recursos para o professor na sua ação didática na sala de aula, seja como forma de criar representações de objetos matemáticos (por exemplo, a bola como representação da esfera ou o cordão que contorna a base circular de uma garrafa como a representação do perímetro da base) ou de relações matemáticas (objetos com diferentes medidas de massa colocados nos pratos de uma balança em equilíbrio podem representar a relação de igualdade).

O recurso a materiais para o ensino da matemática, em particular os manipuláveis, tem sido apontado por diversos autores do âmbito da educação matemática (Kelly, 2006; Matos & Serrazina, 1996; Post, 1981) e também na generalidade dos currículos de Matemática. Para

² Agradecemos a colaboração de Ana Paula Gil na edição dos vídeos das aulas e no apoio à construção do Caso Multimédia.

Matos e Serrazina (1996), os materiais, principalmente os manipuláveis, apelam a vários sentidos e, por isso, favorecem o envolvimento dos alunos na aprendizagem. Estes autores sublinham, contudo, que a forma como os materiais são utilizados na aula pode fazer toda a diferença, porque uma coisa é serem utilizados como instrumentos que apoiam a comunicação do professor numa dinâmica de transmissão de conhecimento e outra é serem integrados na atividade dos próprios alunos, a partir de tarefas propostas pelo professor, numa dinâmica de construção coletiva do conhecimento através da troca de ideias: “É diferente um material ser utilizado como instrumento de comunicação do professor que explica mostrando objetos que só ele manipula, ou serem os alunos a manipulá-los, interpretando as suas características, resolvendo problemas com a sua ajuda e formulando novos problemas” (Matos & Serrazina, 1996, p. 197). Também Post (1981) chama a atenção para este papel dos materiais em aulas tradicionais e em aulas em que os alunos têm um forte envolvimento na atividade, sublinhando em relação a estas segundas que “o professor comprometido com a ideia da aprendizagem ativa da matemática (...) está preocupado em organizar ou facilitar interações adequadas entre aluno(s) e materiais.” (p. 5). O autor sublinha que o papel do professor no acompanhamento e monitorização de uma aula em que os alunos trabalham com materiais manipuláveis é bem mais exigente do que uma aula baseada na explicação por parte do professor. Moyer (2001) assinala, igualmente, o desafio que constitui para os professores usar os materiais manipuláveis como ferramentas para traduzir ideias abstratas, uma vez que a representação interna das ideias matemáticas parte sempre do aluno.

Na senda de um ensino em que os alunos devem ter um forte comprometimento na sua aprendizagem, o programa de Matemática (ME, 2007) defende que “os materiais manipuláveis (estruturados e não estruturados) devem ser utilizados nas situações de aprendizagem em que o seu uso seja facilitador da compreensão dos conceitos e das ideias matemáticas” (p. 14). No entanto, o programa adverte para o facto de que “a simples utilização dos materiais não é suficiente para o desenvolvimento dos conceitos, sendo indispensável registar o trabalho feito e refletir sobre ele” (p. 14).

Os materiais manipuláveis têm no quadro do ensino exploratório uma grande importância, na sua articulação com as tarefas matemáticas. Kelly (2006) sublinha que o professor deve ter em conta um conjunto de aspetos relativamente aos materiais manipuláveis e ao seu uso. Em primeiro lugar, os materiais são ferramentas que ajudam os alunos a aprender melhor, mais do que objetos para jogarem ou simplesmente manipularem. Em segundo lugar, ao introduzir os materiais, o professor deve clarificar junto dos alunos o propósito da sua utilização, tendo como horizonte as aprendizagens que pretende promover. Em terceiro lugar, o uso de materiais manipuláveis precisa de ser modelados pelos professores durante a sua introdução, a fim de ajudar os alunos a ver a sua relevância e utilidade na resolução de problemas e na comunicação matemática.

Apesar das recomendações curriculares para o uso de materiais manipuláveis no ensino da Matemática, a sua utilização tem sido relativamente reduzida no ensino básico. Ao nível do 3.º ciclo, Mosquito (2008) assinala uma forte diminuição da sua utilização relativamente aos resultados do estudo *Matemática 2001* realizado dez anos antes pela APM (1998). Num outro estudo, com uma amostra de 324 professores do 1.º ciclo dos distritos de Viseu e da Guarda, Silva (2008) concluiu que cerca de metade dos professores dizem utilizar em *muitas aulas* materiais manipuláveis. Estes resultados não surpreendem, dado que existe tradição na utilização de materiais manipuláveis nos primeiros anos de escolaridade. Contudo, a elevada frequência da sua utilização não deixa transparecer como são utilizados e que papel cumprem na aprendizagem dos alunos.

O caso multimédia "Cubos com autocolantes"

A utilização de *casos de multimédia* no projeto P3M - *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* procura promover o conhecimento do professor sobre a planificação e o ensino, no contexto de uma aula de natureza exploratória, e a sua capacidade para analisar e refletir sobre o ensino e a aprendizagem, mobilizando conceitos fundamentais da área didática da matemática.

Um *caso multimédia* foca-se em uma ou duas aulas que se desenvolvem em torno de uma tarefa matemática, sendo ilustrado com segmentos de vídeo de diferentes fases da aula, com resoluções escritas dos alunos e com comentários do próprio professor sobre essas aulas. Tendo em conta a variedade de tópicos que podem ser relevantes numa aula, a atenção do observador pode ser dirigida para aspetos específicos como o pensamento dos alunos, o papel do professor ou o discurso de sala de aula (MacGraw *et al.*, 2007). Na construção dos casos multimédia foram tidas em conta várias características apontadas por Brunvand (2010) que um recurso como este deve possuir para apoiar os (futuros) professores a focarem-se em aspetos relevantes da aula. Estes casos são disponibilizados num sítio virtual desenvolvido pela equipa do projeto.

Na construção do *caso multimédia* adotamos um modelo de quatro fases para a estrutura da aula, de acordo com um quadro que desenvolvemos para descrever as ações intencionais do professor em aulas exploratórias (Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2012). Nesta comunicação analisamos o caso "Cubos com autocolantes", que adota o nome da tarefa matemática (em anexo) que foi proposta a uma turma do 4.º ano, por Célia, uma professora experiente que se sente confortável com o ensino exploratório.

Metodologia do estudo

Este estudo é parte de um projeto de *Design Research* onde a investigação sobre a prática em sala de aula, a construção dos casos e o planeamento da formação de professores se desenvolvem simultaneamente, seguida por uma fase de investigação sobre a formação de professores (Cobb, Zhao, & Dean, 2009). Nesta comunicação focamos a primeira fase dedicada à construção do caso multimédia, utilizando os dados recolhidos na sala de aula e com a professora. Antes da aula, foi realizada uma entrevista à professora, com o objetivo de captar as suas principais opções relativamente à tarefa, as orientações metodológicas seguidas e a antecipação de estratégias e dificuldades, com o objetivo de recolher material que pudesse integrar o caso multimédia, expressando o seu pensamento sobre a aula. Após a aula, teve lugar uma segunda entrevista, com o objetivo de levar a professora a refletir sobre a aula lecionada. A aula foi gravada em vídeo, e a partir desse material, selecionámos os segmentos que foram sujeitos a uma análise mais aprofundada e que se tornaram episódios de ensino no caso de multimédia e/ou perguntas para colocar à professora, na entrevista pós-aula.

Os recursos didáticos na prática da professora

A análise de dados está organizada em quatro secções: (i) Antecipação do uso de recursos didáticos; (ii) O uso de recursos didáticos na introdução da tarefa; (iii) O uso de recursos didáticos como apoio à realização da tarefa e à apresentação das resoluções dos alunos; (iv) Reflexão sobre o papel dos recursos nas estratégias de resolução dos alunos.

Antecipação do uso de recursos didáticos

A análise do plano de aula elaborado pela professora permite conhecer os materiais didáticos que prevê para a aula e o modo como os pensa utilizar. No documento que elaborou, explicita a sua intenção de usar uma variedade de recursos e apresenta um conjunto de indicações sobre o que planeia fazer no momento de apresentação da tarefa (fig. 1).

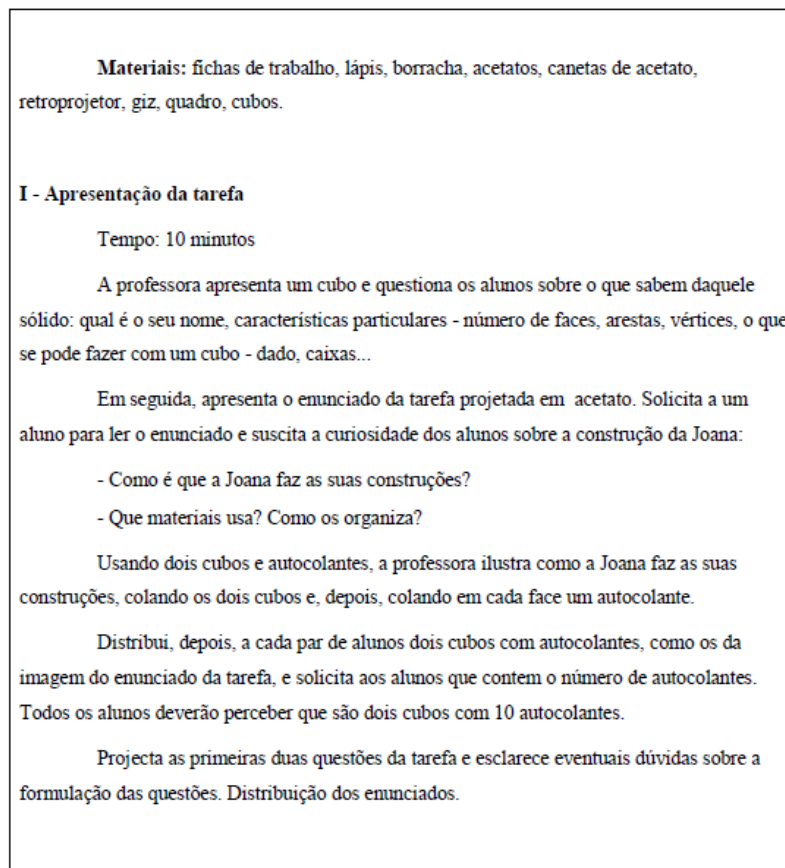


Figura 1 – Excerto do plano de aula da professora

Salienta-se desta primeira parte do plano, o cuidado da professora em estabelecer uma ponte com aprendizagens anteriores dos alunos através do recordar de algumas características do sólido geométrico presente na situação. De seguida, ainda em grande grupo, procura modelar com os alunos a situação, usando material: cubos e autocolantes. No plano, prevê também o uso de material manipulável idêntico pelos alunos no seu trabalho autónomo.

A professora reconhece que, embora dedique bastante tempo à planificação das suas aulas, habitualmente não efetua planos tão pormenorizados. Ainda assim, há um conjunto de preocupações que estão sempre presentes: “apesar de não fazê-las tão detalhadamente, estas questões, já tinha como preocupação a apresentação da tarefa, o tipo de questões a colocar, o apoio aos grupos” (E2). A preparação dos materiais para o apoio à realização da tarefa, é indispensável dado que, na maioria das vezes, eles não estarão disponíveis na aula se a sua utilização não for prevista. A antecipação das estratégias dos alunos é fundamental para que se possa perceber quando e como os recursos podem ser úteis, como ilustra Célia a propósito de uma outra aula.

Estou a lembrar-me de uma aula muito no início em que eu tinha previsto uma tarefa e que não previ que havia um conjunto de cálculos que eram quase desnecessários para o conteúdo da tarefa, eles perderam imenso tempo nesse processo e se eu tivesse pensado

nisso teria colocado logo a calculadora – foi o que fiz na aula a seguir –, e a tarefa teria sido mais rica. (E2)

Portanto, a professora evidencia reconhecer a necessidade de pensar os recursos em articulação com as tarefas matemáticas propostas, antecipando a sua utilização pelos alunos e por si própria.

O uso de recursos didáticos na introdução da tarefa

A introdução da tarefa à turma decorreu de uma forma muito próxima daquela que foi antecipada no plano de aula. Salientamos nesta análise as ações e intenções da professora que se prendem com a utilização do recurso didático “cubos”, enquanto material manipulável.

Antes de introduzir a tarefa, a professora fez os alunos recordar algumas características do cubo, verificando se tinham o conhecimento necessário sobre o objeto matemático necessário à compreensão da tarefa. Houve um esclarecimento de vocabulário e das partes constituintes do cubo, a partir do que os alunos mencionaram.

Após a apresentação da parte inicial da tarefa, e ainda sem mostrar as questões, a professora procurou modelar a situação ali descrita com a turma. Com a ajuda de uma aluna, usou dois cubos em que foi colando autocolantes, de uma forma organizada (sequencialmente, nas faces dos dois cubos no mesmo plano), juntando no final os autocolantes nas duas faces dos “topos”.

A professora explica que esta sua opção decorreu do facto de antecipar a dificuldade de visualização de um objeto tridimensional que se encontra representado a duas dimensões na figura do enunciado da tarefa. De facto, um dos seus receios é que alguns alunos se foquem apenas nas faces do cubo que conseguem observar na figura da tarefa e não considerem todas as outras.

Como a primeira dificuldade que posso antecipar que os alunos vão ter se prende com a questão da visualização, pensei mesmo na parte de introdução da tarefa usar o cubo e fazer a construção como a Joana...portanto, usar dois cubos, aquilo que o enunciado da tarefa diz é que a Joana uniu os cubos por uma das faces e em cada uma das restantes faces colocou um autocolante. Fazer esse processo com o coletivo, para eles perceberem como é que a Joana fez essas construções e ao mesmo tempo a ajudá-los já a visualizar as faces que levam autocolantes. (...) há alunos com mais dificuldade que podem centrar-se só nos autocolantes que estão visíveis. (E1)

A forma organizada como colou os autocolantes denota também uma dupla preocupação com o grau de dificuldade desta tarefa comparativamente a outras, com sequências, que os alunos realizaram nas aulas anteriores: a contagem é realizada com objetos a três dimensões e esta contagem valoriza a apreensão da estrutura da sequência, em particular, a identificação da constante numérica na expressão geral. Tendo em conta que pretendia que os alunos conseguissem chegar à generalização da relação presente na sequência, através da expressão geral (“regra”, para os alunos), estas eram questões importantes.

A grande dificuldade que eu posso já prever será eles não identificarem as duas faces das pontas das construções como uma constante, porque aqui interessa a relação entre o número de cubos e as 4 faces de cada cubo que têm o autocolante e que percebam ainda que há mais 2 faces ou mais 2 autocolantes, das pontas da construção que eu uso, que é constante em todas as construções. Portanto, a dificuldade é que eles vejam exatamente essa constante, porque depois de eles perceberem que há mais 2 faces para além das 4 em cada cubo, penso que aí estabeleceram a relação e aí será mais fácil generalizar. (E1)

Esta modelação da situação proposta tinha também a intenção de desincentivá-los, numa primeira fase, de tentarem representar a duas dimensões a situação descrita na tarefa, na medida em que tendo em conta o seu nível etário, essa poderia ser uma capacidade que alguns alunos ainda não tinham muito desenvolvida. Tal situação poderia acarretar-lhes dificuldades adicionais, fazendo com que se descentrassem daquilo que é central na tarefa: “A primeira tendência deles será desenhar e será muito difícil, porque é uma coisa que eles costumam fazer quando se pede para continuarem uma sequência, mas será muito difícil neste caso o desenho dos cubos” (E1).

Embora a representação da situação proposta, mediada pelo material, seja uma questão que se coloca sempre que os alunos têm que registar por escrito as suas ideias, como é o caso desta aula, para a professora é imprescindível que consigam, em primeiro lugar, compreender a situação, desenvolvendo uma representação interna da sequência em causa, antes de começarem a tentar responder às questões da tarefa.

Nesta primeira fase da aula observa-se um conjunto de ações de Célia que pretendem garantir a *adesão à tarefa* e a *apropriação da tarefa* pelos alunos, nas quais o uso do material manipulável tem um papel importante. Ele é o elemento central na modelação da situação proposta. A modelação da situação é inicialmente feita pela professora em diálogo com os alunos, procurando, desta forma, que estes cheguem a uma compreensão partilhada da sequência pictórica representada no enunciado da tarefa.

O uso de recursos didáticos como apoio à realização da tarefa e à apresentação das resoluções dos alunos

A professora tinha também previsto, no plano de aula, disponibilizar aos pares de alunos, cubos já com os autocolantes colados, o que veio a concretizar. A sua expectativa era a de que os alunos se iriam apoiar bastante neste material para modelar a sequência, nas primeiras construções (i.e, termos da sequência), o que considerava fundamental dado o grau de dificuldade que atribuía à tarefa. A sua atuação passaria, nessa fase inicial, por incentivar os alunos à manipulação do material para efetuarem a contagem dos números de autocolantes e de cubos em cada construção.

E depois dar a cada um dos pares uma construção igual, já feita com os 2 cubos e os autocolantes colados em cada uma das faces com os 2 cubos unidos e também a terceira construção da Joana, com 3 cubos e com os autocolantes também já colados, para que eles possam usar esse recurso para pensar nas primeiras questões e que se prendem exatamente com o número de autocolantes que a Joana vai usar numa construção com 3 cubos, 4 cubos, 10 cubos e 52 cubos. (...) Devido à possível dificuldade de visualização das faces não visíveis: (...) Portanto, é importante que eles peguem na construção, como é um objecto...e peguem e vejam e virem e contem quantos autocolantes tem cada construção. (E1)

A professora disponibilizou dois cubos colados entre si e mais três cubos colados entre si mas não considerou que fosse necessário serem os próprios alunos a colar os autocolantes nos cubos tal como ela tinha exemplificado na introdução da tarefa, dada a sua faixa etária. Ainda assim, levantou a hipótese de que alguns alunos não conseguissem fazer uma contagem organizada do número de autocolantes em cada construção e que obtivessem valores errados. Desse modo, antecipou uma forma de os poder ajudar na contagem: “Se acontecer isso, essa dificuldade de contagem, vou pedir-lhes que marquem os autocolantes que eles já contaram, porque eles podem contá-los repetidos, porque eles podem, ao virar, não se aperceberem que contaram” (E1).

Uma das preocupações principais da professora que motivaram a disponibilização deste material foi, como referimos, a possível dificuldade de os alunos apreenderem a estrutura da

sequência, de modo a que pudessem chegar à generalização, através da expressão geral. Como refere: “inicialmente eles vão precisar mesmo das construções, penso eu, que vão precisar das construções para contarem e se apreenderem da estrutura da sequência” (E1). A forma como os alunos percebem o crescimento da sequência e a contagem dos autocolantes dá origem a diferentes estratégias para obtenção dos valores numéricos dos termos da sequência e da expressão geral. Célia evidencia ter bem presente o facto de que os cubos se revelam um recurso importante de suporte às ideias dos alunos, ainda assim existem diferentes maneiras de contar que poderão dar origem a estratégias diferentes:

A melhor forma para chegar à relação seria realmente identificar as 4 faces, com autocolantes e cada cubo, em cada um dos cubos que a Joana vai acrescentando nas suas construções, e depois adicionar as 2 das pontas, mas eles podem olhar, por exemplo, começar por uma da ponta e juntar 5 faces no primeiro cubo, não é? E depois ser mais complicado fazer 5 autocolantes no primeiro cubo, mais 4 no segundo, mais 4 no terceiro e por aí fora até ao último que será 5. E com esse tipo de pensamento será mais difícil deles chegarem à generalização e à regra.

Esta hipótese que a professora colocou veio a concretizar-se, na medida em que a maioria dos grupos que modelou a situação tal como ela fez na introdução da tarefa, conseguiu realizá-la com relativa facilidade e rapidez, o que a surpreendeu:

E chegaram mais cedo do que eu estava a prever à construção da regra e isso achei que foi muito evidente, eles perceberam muito bem...aquilo que eu tinha algum receio no início, de visualizarem, de verem a constante dos dois autocolantes nas faces das pontas e eles...isso muitos grupos apreenderam logo.

Os grupos que seguiram outras estratégias necessitaram de maior apoio para conseguirem completar a tarefa, dado que a relação entre o número de cubos em cada construção e o respetivo número de autocolantes não é tão evidente. No *caso multimédia* ilustramos uma situação em que há divergências no grupo sobre a forma de contar os cubos e em que a professora tenta perceber como uma das alunas está a modelar a situação recorrendo aos cubos:

Professora – Porque é que dizes isso? Explica lá isso melhor para eu e o Diogo percebermos...

Rita – Tirámos este e depois colámos aqui para dar 4 cubos. Depois fizemos assim: 4, 8, 12, 16, 17 e 18. 4 vezes 5 menos 2.

Professora – 4 vezes 5, porquê o 5?

Rita – Porque 1, 2, 3, 4, 5...

Diogo – Pois, mas assim estás a acrescentar 2 cubos. Assim, estás a dizer que está 2 cubos, um aqui e outro aqui.

Professora – Como é que tu achas que deve ser?

Diogo – Deve ser sempre menos 1...

Ainda assim, para todos os grupos, o material mostrou-se um recurso fundamental para pensarem sobre a sequência, para as primeiras construções, apoiando o seu raciocínio matemático. A professora incentivou e usou ela própria o material para pedir aos alunos que explicitassem as suas ideias e se focassem nas relações envolvidas. Por exemplo, um dos episódios retratados no *Caso multimédia* diz respeito a um grupo que não estava a conseguir chegar à generalização para a construção 52 cubos. A própria professora pega nos cubos que lhes tinha fornecido (que os alunos já tinham posto de parte) e coloca-os em primeiro plano

sobre a mesa destes, sugerindo-lhes que repensem a forma como estão a perceber a sequência: “Agora com 52 [cubos]? Vamos lá pensar de outra forma”.

Na fase de discussão da tarefa, depois de a professora ter selecionado as resoluções que considerou deverem ser discutidas, os grupos responsáveis apresentam-nas no retroprojetor com base no registo que fizeram num acetato. Nesse momento, o material manipulável foi usado, em algumas situações, por indicação da professora, como auxiliar para explicarem o seu raciocínio. Na situação seguinte, em que um aluno apresenta a resolução do grupo, apoia-se no desenho que fizeram dos cubos, mas os colegas não conseguem entender, pelo que a professora sugere que recorra ao material:

João – Depois mostrámos aqui o cubo e depois fizemos 8 cubos vezes 4 lados vai dar 32...

Menino – Isso não se percebe...

Menina – Pois, isso está muito confuso.

João – Eu explico melhor...pronto, são 8 cubos, certo? E nós representámos os 4 lados, frente, trás, cima e baixo.

Professora – Se quiseres demonstrar, tens aí cubos para fazer. Diz lá o que queres dizer com isso.

O material manipulável que foi usado pelos alunos na exploração autónoma da tarefa é, nesta fase da aula, usado para apoiá-los a apresentarem *explicações mais claras e com evidência matemática*. A professora apenas sugere a utilização mas deixa à responsabilidade e critério dos alunos o modo como o integram nas suas explicações e justificações.

No momento de sistematização das aprendizagens, a professora já não recorre ao material manipulável, uma vez que a sua intenção é a formalização das relações matemáticas encontradas que, em princípio, terão ficado consolidadas com a sequência de apresentações dos grupos e respetiva discussão. Como refere, apoia-se numa tabela que projeta, recordando um termo distante da sequência, ou seja, usa: “uma tabela de sistematização onde eles vão expressar, partir de um exemplo, neste caso será dos 52 cubos, vamos ali num momento coletivo dizer como é que encontramos o número de autocolantes para os 52 cubos e expressar depois essa generalização” (E1).

Reflexão sobre o papel dos recursos nas estratégias de resolução dos alunos

Uma componente muito importante da prática profissional do professor é a reflexão sobre a aula, aspeto com grande destaque no *caso multimédia* construído. Após a realização da aula, a professora reviu algumas das suas opções, em particular, o modo como introduziu a tarefa, apoiando-se na modelação da situação com o uso de cubos, conforme foi já descrito. O tempo dedicado a este momento da aula foi, na sua opinião, além do previsto, devido principalmente à ilustração da situação com o material, mas considera que este se revelou produtivo, pela forma como os alunos se apropriaram da tarefa, tendo em conta também a sua experiência anterior:

Eu acho que a parte da apresentação da tarefa, apesar de eu dizer que foi muito tempo, contribuiu para que eles percebessem bem, isso acho que foi conseguido nesse sentido, eles perceberam bem do que se tratava e depois o percurso que eles fizeram ao longo do ano também ajudou a que chegassem àqueles resultados. (E2)

A forma intencional como modelou com os cubos a situação parece ter influenciado as estratégias de contagem de muitos alunos, o que é notado por Célia. Esse foi um aspeto questionado e ponderado:

Pensei no risco de condicionar, mas pensei que apesar disso ia arriscar porque a tarefa era de facto complicada. A minha primeira ideia não era que eles chegassem à regra ou àquela regra explicada daquela forma, $4n+2$, não era esse o objetivo, mas era importante que eles visualizassem esta questão da constante, porque era uma coisa que tinha sido pouco trabalhada até aqui nas sequências e foi uma opção. (E2)

A professora reafirma a sua convicção acerca da necessidade de garantir a apropriação da tarefa pelos alunos, ajudando-os a estabelecerem conexões com o que tinham trabalhado anteriormente neste tópico. O facto de alguns alunos terem percecionado a construção da sequência de uma forma diferente e de um grupo ter tido sucesso em formular a expressão geral seguindo uma estratégia diferente, dá-lhe a convicção de que a sua introdução da tarefa acabou por não condicionar a atividade dos alunos. Como refere: “Acho que acaba por não condicionar muito porque, de facto, apareceu um par que juntou os dois cubos das pontas, cinco mais cinco autocolantes e depois os quatro autocolantes no meio e isso não foi de forma nenhuma sugerido” (E2).

Para que os alunos não ficassem com a ideia de que esta seria a única forma de visualizarem a relação envolvida na situação, deu oportunidade a este grupo de apresentar a sua estratégia, reforçando várias vezes que esta era também uma forma adequada de representar a sequência. E, mais uma vez, a professora foi sugerindo que se apoiassem nos materiais manipuláveis (cubos) para explicarem as suas ideias e facilitarem a compreensão dos colegas.

A prática da professora e o caso multimédia

Procuramos agora ilustrar como são integrados, no *caso multimédia*, os aspetos analisados relativamente às ações e intenções da professora acerca do material manipulável que introduziu na aula, com o objetivo de ajudar os formandos, professores e futuros professores, a desenvolverem perspetivas fundamentadas sobre o ensino exploratório e, em particular, no que diz respeito ao uso de recursos didáticos. Organizamos estes aspetos de acordo com algumas das características indicadas por Brunvand (2010), conforme referimos atrás.

Estabelecer perspetivas e tarefas

Cada peça de material disponibilizado no *caso multimédia* (plano de aula, resoluções de alunos, excerto de vídeo ou de entrevista com a professora) é acompanhada de um conjunto de questões de modo a facilitar a sua análise por parte dos formandos. Deste modo, os professores podem focar-se nos conceitos que são realmente importantes e desenvolver a sua capacidade de análise da prática letiva. No exemplo que explorámos, a discussão do papel dos recursos na aula começa logo com a importância do plano para a própria professora, e como tal é também um objeto de análise para outros professores. Uma das questões em que se leva os professores a refletir diz respeito às intenções da professora ao introduzir os cubos, tendo em conta o propósito matemático da aula e o nível de escolaridade dos alunos. Os professores são levados também a analisar o modo como os alunos reagiram à tarefa e a antecipar possíveis estratégias tendo em conta a introdução que foi feita pela professora, aspetos que, como vimos, se cruzam com a utilização do material manipulável.

Indicações explícitas

Torna-se necessário fornecer aos professores algum tipo de informação de natureza mais teórica, como ferramentas para analisar a prática e os apoiar na reflexão que vão realizando. O

caso contém pequenos textos de sistematização de ideias, onde é abordado também o uso de recursos. Refere-se, por exemplo, a propósito da importância das representações, que estas “tanto podem ser proporcionadas por materiais manipuláveis, estruturados ou não, como por tecnologias digitais (...). O fundamental é que estes recursos ampliem a capacidade de compreensão dos alunos e apoiem o seu raciocínio matemático”. Estes dois últimos aspetos estão bastante retratados na prática de Célia.

Gestão do processo

Tendo em conta que um dos objetivos principais do trabalho em torno do *caso multimédia* é a compreensão de como uma aula de ensino exploratório se desenrola em quatro grandes momentos, este foi organizado segundo essa sequência. A sequenciação de episódios de vídeo da aula permite perceber a forma como a professora integrou os recursos e como estes foram usados por si e pelos alunos em cada um desses momentos da aula. A flexibilidade com que o professor pode usar o caso, permite-lhe também, por exemplo, estabelecer, por ele próprio, relações entre a modelação efetuada pela professora na introdução da tarefa e as estratégias de resolução da tarefa pelos alunos, visionando diferentes momentos e episódios da aula e as resoluções de todos os grupos.

Os comentários da professora

Outra característica do *caso multimédia* é a integração de comentários da professora para análise. Do mesmo modo que num estudo de natureza interpretativa é fundamental ter acesso aos significados que os participantes atribuem às suas ações, também aqui é relevante os formandos terem acesso às intenções da professora, tal como as descrevemos acima. O conhecimento de tais intenções permite compreender aspetos importantes de uma aula exploratória. Por exemplo, qual é o objetivo do momento da discussão da tarefa? É possível perceber, pela análise do caso, que para a professora este não se destina apenas à apresentação da solução da tarefa mas à explicitação das estratégias e raciocínio matemático e, por esse motivo, a comunicação dos alunos apoiada no material faz todo o sentido enquanto que no momento de sistematização já não é apropriado.

A oportunidade de analisar as decisões e dúvidas do ponto de vista da professora visionada contribui para a compreensão da complexidade das situações que são retratadas mas, simultaneamente, para encará-las como manejáveis. Todas as razões e explicações que a professora Célia dá acerca da integração do recurso em causa permite compreender a complexidade de uma aula de ensino exploratório, mas permite também compreender que esta é realizável e pode ter sucesso.

Ferramentas de reflexão

Esta dimensão, a que é dado bastante destaque no caso multimédia, está presente na análise que apresentamos na discussão da professora sobre a influência da sua modelação da situação sobre as estratégias que os alunos desenvolveram. A reflexão da professora sobre as razões das suas opções e o reflexo destas no modo como decorreu a aula, levanta questões interessantes sobre o uso do material e a forma como pode limitar as possibilidades de representação das ideias matemáticas. No *caso multimédia* propomos aos professores que reflitam também sobre estes aspetos, com base na análise que eles próprios fizeram do caso.

A concluir

Ao contrário de uma visão que, por vezes, se encontra, de que a integração de recursos didáticos na sala de aula tem um carácter motivacional, tornando as aulas mais apelativas (Moyer, 2001), o recurso que aqui discutimos foi integrado pela professora como uma ferramenta para pensar sobre a situação, apoiar o raciocínio dos alunos e a comunicação matemática.

Dadas as previsíveis dificuldades ao interpretar a representação da situação proposta e o nível de abstração proposto na tarefa, a professora tem a noção de que não é simplesmente pelo facto de introduzir o material que os alunos podem torná-lo num recurso que ajude a concretizar as ideias matemáticas. De facto, os alunos podem construir ideias matemáticas a partir da sua representação no objeto, na medida em que possam relacioná-las com outras situações e ideias (Clements & McMillen, 1996), isto é, relacionando as novas ideias com o conhecimento que possuem (Moyer, 2001). O cuidado da professora na utilização do material manipulável tem também em conta a necessidade de estabelecer conexões com outras situações já trabalhadas.

A professora deu grande destaque à modelação da situação proposta, com recurso ao material, aspeto também valorizado por Kelly (2006), o que denota uma preocupação central com o garantir a apropriação da tarefa pelos alunos, assim como a sua adesão à tarefa. Numa aula de ensino exploratório, em que o envolvimento dos alunos é um objetivo importante, a antecipação e a monitorização do professor na aula são fundamentais para o sucesso das aprendizagens.

O *caso multimédia* que serve como pano de fundo a esta comunicação, retrata a prática da professora, a várias dimensões, possuindo características que poderão ajudar professores e futuros professores a reconhecer as potencialidades da utilização de recursos num ensino exploratório e a dar pistas sobre quando e como estes poderão ser utilizados.

Referências

- APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.
- Brunvand, S. (2010). Best practices for producing video content for teacher education. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 10(2), 247-256.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática – Práticas de ensino da Matemática*, 2012.
- Clements, D. H., & McMillen, S. (1996). Rethinking concrete manipulatives. *Teaching Children Mathematics*, 2(5), 270-279.
- Cobb, P., Zhao, Q., & Dean, C. (2009). Conducting design experiments to support teachers' learning: A reflection from the field. *The Journal of the Learning Sciences*, 18, 165–199.
- Kelly, C. (2006). Using manipulatives in mathematical problem solving: a performance- based analysis. *TMME*, 3(2), 184-193.

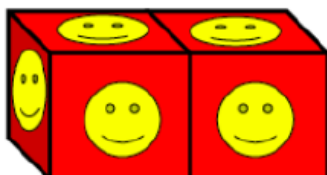
- MacGraw, R., Lynch, K., Koc, Y., Budak, A., & Brown, C. (2007). The multimedia case as a tool for professional development: an analysis of online and face-to-face interaction among mathematics pre-service teachers, in-service teachers, mathematicians, and mathematics teacher educators. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 95-121.
- Matos, J. & Serrazina, L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- ME (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Mosquito, E. (2008). *Práticas lectivas dos professores de matemática do 3º ciclo do ensino básico* (tese de mestrado). Universidade de Lisboa.
- Moyer, P. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 175–197.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Post, T. (1981). The role of manipulative materials in the learning of mathematical concepts. In *Selected Issues in Mathematics Education* (pp. 109-131). Berkeley, CA: NSSE and NCTM, McCutchan Publishing Corporation.
- Silva, M. (2009). *Práticas pedagógicas dos professores do 1.º ciclo do ensino básico na área disciplinar de matemática* (tese de mestrado). Universidade de Lisboa.

Anexo³

Tarefas “Cubos com autocolantes”

A Joana está a construir um jogo com cubos e autocolantes. Ela une os cubos por uma das faces e forma filas de cubos. Depois cola um autocolante em cada uma das faces.

A imagem mostra a construção que a Joana fez com 2 cubos. Nessa construção ela usou 10 autocolantes.



1. Descobre quantos autocolantes a Joana usa numa construção com:
 - 1.1. Três cubos.
 - 1.2. Quatro cubos.
 - 1.3. Dez cubos.
 - 1.4. Cinquenta e dois cubos.

2. Consegues descobrir qual é a regra que permite saber quantos autocolantes a Joana usa numa construção com um qualquer número de cubos? Explica como pensaste.

³ Tarefa adaptada de Moss, J., Beaty, R., McNab, S. L., & Eisenband, J. (2005). *The potential of geometric sequences to foster young students' ability to generalize in Mathematics*. <http://www.brookings.edu/gs/brown/algebraicreasoning.htm>