

PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO DA MATEMÁTICA: O CASO DE CÉLIA¹

Ana Paula Canavarro

Universidade de Évora & Unidade de Investigação do IE da Universidade de Lisboa
apc@uevora.pt

Hélia Oliveira

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa
hmoliveira@ie.ul.pt

Luís Menezes

Escola Superior de Educação de Viseu/ CI&DETS
menezes@esev.ipv.pt

Resumo: Este estudo foi desenvolvido no âmbito do projeto de investigação P3M, Práticas profissionais dos professores de Matemática. Um dos seus principais objetivos é a proposta de um quadro de referência para a prática de ensino exploratório da Matemática, combinando perspetivas teóricas e a análise da prática de professores experientes que regularmente conduzem aulas de natureza exploratória – neste artigo centramos-nos no caso de Célia, uma professora de 1.º ciclo a lecionar uma turma de 4.º ano. O quadro adota um modelo de quatro fases para a estrutura aula: 1) Introdução da tarefa; 2) Desenvolvimento da tarefa; 3) Discussão da tarefa, e 4) Sistematização das aprendizagens matemáticas. Para cada fase, procuramos descrever as ações que a professora desenvolve com dois principais objetivos: promover a aprendizagem matemática dos alunos e gerir os alunos e a turma. As ações da professora adquirem significado quando entendidas à luz destes dois objetivos, interrelacionados, observando-se que a maioria das ações que executa com o propósito de gestão tem uma enorme importância para conseguir concretizar um ensino exploratório eficaz, na qual os alunos aprendam o que pretende. Sublinha-se também a variedade de papéis que a professora desempenha, destacando a importância da sua condução na fase de sistematização das aprendizagens. O quadro evidencia o carácter multidimensional e relacional do ensino, reconhecidamente complexo no ensino exploratório, sendo as ações da professora, ainda que previstas e planeadas, decorrentes da interpretação que faz do que observa nos alunos no decurso da aula.

Palavras-chave. Práticas de ensino; ensino exploratório; intenções e ações do professor; estrutura e fases da aula.

Contexto e objetivo do estudo

Em Portugal, como em muitos países, as atuais orientações curriculares para o ensino da Matemática apresentam metas desafiantes para a aprendizagem dos alunos. No entanto, também colocam desafios significativos às práticas de sala de aula dos professores. A prática de ensinar Matemática centrada na exposição dos tópicos por parte do professor e seguida da realização de exercícios com vista à repetição de procedimentos por parte dos alunos, tem

¹ Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia no âmbito do Projeto *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (contrato PTDC/CPE-CED/098931/2008).

sido dominante um pouco por todo o lado (Franke, Kazemi, & Battey, 2007), mas não é a mais adequada para lidar com todas as atuais exigências curriculares. Hoje em dia, os alunos precisam de oportunidades de realizar tarefas matemáticas significativas que lhes permitam raciocinar matematicamente sobre ideias importantes e atribuir sentido ao conhecimento matemático que surge a partir da discussão coletiva dessas tarefas (NCTM, 2000; Ponte, 2005). Isso exige do professor uma abordagem exploratória do ensino, centrada no trabalho dos alunos quando se envolvem na exploração matemática de tarefas ricas e valiosas (Ponte, 2005; Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). O nosso objetivo é compreender a prática de ensino exploratório, identificando quais são as principais intenções do professor em cada fase da aula e descrever com detalhe as ações que realiza enquanto ensina. É nossa expectativa que a elaboração de um quadro de referência para o ensino exploratório da Matemática poderá constituir um recurso útil para usar em programas de formação de professores e um contributo para promover o desenvolvimento profissional do professor. Neste artigo optamos por nos focar no caso de Célia, professora de 1.º ciclo, descrevendo e analisando a sua prática de ensino exploratório, o que constituiu um contributo para o objetivo de elaboração do quadro de referência referido.

Perspetivas teóricas

A prática de ensino exploratório da Matemática exige do professor muito mais do que a identificação e seleção das tarefas para a sala de aula. A seleção de uma tarefa adequada e valiosa é muito importante pois ela tem implícita uma determinada oportunidade de aprendizagem mas, uma vez selecionada, é crucial que o professor equacione como explorar as suas potencialidades junto dos alunos e se prepare para lidar com a complexidade dessa exploração na sala de aula (Stein *et al.*, 2008).

Uma aula exploratória típica é geralmente estruturada em três ou quatro fases: a fase de “lançamento” da tarefa, a fase de “exploração” pelos alunos, e a fase de “discussão e sintetização” (Stein *et al.*, 2008). Na primeira fase, o professor apresenta uma tarefa matemática à turma. A tarefa é frequentemente um problema ou uma investigação, exigindo interpretação por parte dos alunos. O professor deve assegurar, em poucos minutos, que estes entendem o que se espera que façam e que se sintam desafiados a trabalhar na tarefa. O professor tem também de organizar o desenvolvimento do trabalho pela turma, estabelecendo o tempo a dedicar às diferentes fases, gerindo os recursos a usar e definindo os modos de trabalho dos alunos (Anghileri, 2006).

Na segunda fase, o professor apoia os alunos no respetivo trabalho autónomo sobre a tarefa, realizado individualmente ou em pequenos grupos, procurando garantir que todos participam e de forma produtiva. É importante que os comentários e as respostas do professor às eventuais dúvidas dos alunos não reduzam o nível de exigência cognitiva da tarefa (Stein & Smith, 1998) e não uniformizem as estratégias de resolução, a fim de não frustrar a hipótese de em seguida promover uma discussão matemática interessante e desafiante para cada aluno. O professor precisa também de garantir que os alunos se preparam para apresentar o seu trabalho à turma toda e que produzem os materiais adequados em tempo útil para a fase de discussão. Enquanto isso, o professor tem de selecionar, a partir da sua rápida observação e apreciação das produções dos alunos em resposta à tarefa, as soluções que avalia como contribuições positivas para a discussão coletiva e estabelecer a sequência da sua apresentação pelos alunos (Stein *et al.*, 2008).

Depois desta fase, a turma retorna ao plenário para a discussão coletiva das resoluções selecionadas. O professor tem de orquestrar essa discussão, não apenas gerindo as intervenções e interações dos diferentes alunos, mas também promovendo a qualidade

matemática das suas explicações e argumentações (Ruthven, Hofmann, & Mercer, 2011), e cuidando da comparação de distintas resoluções e da discussão da respetiva diferença e eficácia matemática (Yackel & Cobb, 1996).

O professor precisa também de manter um clima positivo e de genuíno interesse na discussão, tentando garantir a participação de todos os alunos. É importante que a discussão tenha como objetivo mais do que a comparação e o confronto das resoluções dos alunos, e contribua para que estes realizem novas aprendizagens relevantes, não só sobre os conceitos, procedimentos ou processos em presença, mas também sobre os modos legítimos de produção do conhecimento matemático (Boavida, 2005). O professor tem aqui um papel crucial na orientação dos alunos para o apurar das principais ideias matemáticas que surgem a partir da discussão (Anghileri, 2006). O final da discussão é um momento de institucionalização das aprendizagens, que toda a turma deve reconhecer e partilhar, no qual tanto podem surgir novos conceitos ou procedimentos emergentes da discussão da tarefa como serem revistos e aperfeiçoados conceitos e procedimentos já conhecidos e aplicados, estabelecidas conexões com situações anteriores, e/ou reforçados aspetos fundamentais dos processos matemáticos transversais como a representação, a resolução de problemas, o raciocínio matemático ea comunicação matemática (Canavarro, 2011; Stein *et al.*, 2008).

O desenvolvimento do ensino exploratório constitui uma prática complexa para a maioria dos professores, nomeadamente no que diz respeito à orquestração das discussões matemáticas (Franke, Kazemi & Battey, 2007; Stein *et al.*, 2008). As práticas dos professores podem ser entendidas como as atividades que realizam regularmente, tendo em consideração o seu contexto de trabalho e os seus significados e intenções (Ponte & Chapman, 2006). Lampert sublinha que a “prática de ensino é aquilo que os professores fazem, mas é mais do que o modo como se comportam com os seus alunos ou do que as ações de cada professor individual; a ação é um comportamento com significado, e a prática é a ação informada por um contexto organizacional” (Lampert, 2004, p. 2). Assim, para descrever e compreender a prática de ensino do professor é essencial não só identificar as suas ações, mas também as intenções que estão incorporados nessas ações, as razões que justificam que se comporte de determinada maneira, nomeadamente as que derivam do seu contexto de ensino.

É igualmente importante sublinhar que o ensino é uma atividade relacional e multidimensional (Franke, Kazemi, & Battey, 2007). A dimensão relacional advém das relações que se estabelecem entre o professor, os alunos e o conteúdo do ensino, que só podem ser entendidos uns em função dos outros: “O professor trabalha para orquestrar o conteúdo, as representações do conteúdo, e as pessoas na sala de aula em interação uns com os outros” (Franke, Kazemi, & Battey, 2007, p. 227). A dimensão multidimensional do ensino resulta da diversidade de cenários e exigências que a sala de aula coloca em simultâneo. O professor precisa de criar um ambiente de aprendizagem que acolha todos os alunos, de gerir as suas participações e interações de modo a que se relacionem produtivamente com o conteúdo matemático e as suas representações, de identificar e interpretar o que os alunos fazem e dizem de modo a orientá-los por trajetórias em que se possam desenvolver matematicamente. Isso exige do professor um processo contínuo de tomada de decisões que combina os seus conhecimentos, crenças e propósitos (Franke, Kazemi, & Battey, 2007).

Abordagem metodológica

Este artigo reporta-se a um estudo desenvolvido na primeira fase do Projeto P3M (Ponte *et al.*, 2012), visando a construção de casos multimédia de professores participantes do projeto que ilustram práticas de ensino exploratório da Matemática em diversos contextos (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2012). Para a elaboração dos casos focados nas práticas de professores,

adotámos uma abordagem interpretativa para a investigação, considerando a importância de conhecer as perspetivas dos professores para compreender as suas ações enquanto ensinam (Sowder, 2007).

Escolhemos trabalhar com professores experientes que se sentem confortáveis com o ensino de natureza exploratória da Matemática para que possam proporcionar um contexto favorável e rico para a recolha dos dados. Optámos também por trabalhar com professores de diferentes níveis, desde o 1.º ciclo ao ensino secundário, e focando aulas sobre diferentes temas matemáticos para que possamos ter uma panorâmica mais ampla da prática de ensino exploratório, independentemente do nível de escolaridade e do conteúdo matemático.

Para cada um dos professores (um por ciclo de ensino), são observadas uma ou das aulas, de modo a registar-se todo o trabalho realizado com base na exploração de uma mesma tarefa. Os dados são recolhidos em três momentos: antes, durante e depois da(s) aula(s). Antes é feita uma entrevista inicial para a compreensão da planificação dos professores, nomeadamente das principais opções sobre a tarefa e as orientações metodológicas pensadas para o seu desenvolvimento com a turma, registando-se igualmente a antecipação, por parte do professor, de eventuais estratégias e dificuldades dos seus alunos. Esta entrevista foi acompanhada pela análise do plano da aula previamente preparado pelo professor.

A recolha de dados em sala de aula envolve o uso de duas câmeras de vídeo para registrar tanto os momentos de trabalho com toda a turma, bem como alguns episódios de interação entre o professor e os alunos enquanto trabalham de forma autónoma na realização da tarefa. A partir dessa recolha vídeo, são selecionados pelo investigador segmentos específicos que constituem episódios de ensino a usar na entrevista pós-aula ao professor.

No final é realizada uma entrevista de reflexão sobre a prática, a qual inclui a análise dos episódios de ensino selecionados, com o objetivo de registrar as explicações do professor sobre o desenvolvimento da aula e as justificações das suas ações, confrontando ainda o que foi planeado e o que foi implementado durante a aula. Nesta entrevista, a observação dos episódios vídeo de ensino selecionados ajuda o professor a concentrar-se na realidade concreta da sua aula em análise, evitando que se refira apenas a ideias superficiais ou distorcidas ou a princípios gerais relativos ao ensino da Matemática.

A preparação e a condução das entrevistas baseia-se em categorias gerais que consideramos a priori, inspiradas pela nossa experiência e por perspetivas teóricas que adotamos, nomeadamente sobre a estrutura da aula exploratória e sobre dois propósitos da atividade do professor quando ensina: a promoção da aprendizagem matemática dos alunos e a gestão da turma. Isto significa que durante a recolha de dados (observação e entrevistas) procuramos obter dados que nos permitam descrever as ações e intenções do professor em cada uma das fases da aula, bem como adaptar e completar as nossas categorias para a realidade da prática de cada docente. Por exemplo, no início não tínhamos muita certeza sobre a adoção de um modelo de três ou quatro fases para a aula mas a análise do primeiro caso deu-nos convicção para distinguir duas fases da aula após a realização da tarefa pelos alunos, pelo que apontámos para um modelo de quatro fases.

Seguindo este método, obtemos um retrato das ações intencionais de cada professor ao praticar um ensino exploratório da Matemática. Numa segunda fase, pretendemos realizar uma análise transversal dos diferentes casos que nos permitirá apurar um quadro global com as intenções e ações comuns aos casos de todos os professores, bem como outras mais particulares mas que se tenham revelado importantes para a condução eficaz do ensino exploratório.

A prática de ensino exploratório da professora Célia

Neste artigo centramo-nos no caso de Célia, uma professora experiente de 1.º ciclo, que ensina há 14 anos. Analisamos a sua prática de ensino correspondente à aula de exploração da tarefa “Cubos com autocolantes” (Anexo 1), numa turma do 4.º ano, a qual tinha como objetivo geral o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, em particular o reconhecimento de uma sequência e das variáveis nela implícitas, a identificação da relação entre elas, e a expressão da regra geral da relação entre as variáveis, em linguagem natural e em linguagem simbólica. A professora selecionou esta tarefa em continuidade com a realização de uma outra que também proporcionou aos alunos a oportunidade de generalizar uma regra por uma expressão algébrica com letras.

A aula começou com a apresentação da tarefa para toda a turma, passou a um período de trabalho dos alunos em pares, seguiu-se uma discussão coletiva de algumas resoluções propostas pelos alunos que incluiu uma comparação e confronto das estratégias usadas e, finalmente, encerrou com uma sistematização acerca da forma, significado e valor da regra geral encontrada para resolver a tarefa. As quatro fases foram planeadas por Célia: o plano de aula foi organizado por “introdução da tarefa”, “trabalhar em pares”, “discussão coletiva” e “sistematização”. O plano também revelou, para cada fase, um conjunto de ações que previu executar, a maioria diretamente dedicadas a promover a aprendizagem matemática dos alunos (por exemplo, colocar algumas questões específicas para os alunos, comparar diferentes soluções específicas, ...) e algumas outras relativas à gestão da turma e do seu trabalho (por exemplo, organizar os alunos em pares, selecionar as resoluções dos alunos a serem discutidas, fornecer transparências e canetas para preparar as apresentações, ...). Célia registou também no plano a previsão do tempo, em minutos, que pretendia dedicar a cada fase da aula.

De seguida, selecionamos alguns trechos da entrevista de pós-reflexão realizada a Célia, em que a professora explica as suas opções e as suas principais intenções, o que nos permite interpretar as ações observadas em cada fase da aula.

Introdução da tarefa

Célia explica muito claramente as suas intenções na apresentação da tarefa à turma. Considera que esse momento é decisivo para o desenvolvimento do trabalho matemático dos alunos, pelo que deve requerer bastante cuidado por parte do professor. Esta preocupação de Célia é justificada pela natureza das tarefas que escolhe quando desenvolve uma abordagem exploratória na sala de aula: tarefas desafiadoras, frequentemente problemas ou investigações que exigem um esforço de interpretação. Célia tenta assegurar que os alunos compreendam bem o contexto e os objetivos da tarefa, ouvindo atentamente os seus comentários e perguntas:

portanto eu acho que deve ser uma apresentação de um desafio e deve ser uma interpretação e uma compreensão do que é que aquele desafio pretende... Penso que sim, que serão esses os dois objetivos, o interpretar, o compreender o que se pretende. (...) Eu tenho a preocupação de dedicar o tempo suficiente para eles perceberem e dar também tempo para eles colocarem as questões e as dúvidas... O estar a questioná-los e o estar à espera que perguntem ou que tenham dúvidas é também para que eu própria perceber se eles perceberam.

Na perspetiva de Célia, se os alunos não entendem a tarefa “eles vão criar confusões e então... às vezes é tarde demais na aula para esclarecer e para os recuperar”. Além de garantir a

compreensão da tarefa pelos alunos, Célia também quer que eles se envolvam com esta e assumam o desafio de a resolver:

É impeli-los para a tarefa, predispô-los para a tarefa. Não é só compreender, mas assumir a tarefa como sua... no fundo aqui entra também um bocado a parte do desafio, assumir como uma questão minha que eu quero resolver.

Desenvolvimento da tarefa

Célia centra a sua reflexão sobre esta fase da aula no seu apoio aos alunos para a resolução autónoma da tarefa. Confessa as suas dificuldades em monitorar o progresso do trabalho dos alunos. Isto exige, na sua opinião, “um equilíbrio” entre deixá-los por conta própria e dar-lhes alguma orientação. Mas, acima de tudo, quer dar-lhes a oportunidade de resolver a tarefa pelas suas próprias estratégias, nem que isso represente ser ela mesma a fazer o esforço de tentar compreender o pensamento dos alunos:

Quando eu procuro ir de par em par ou de grupo em grupo, procuro perceber como é que eles estão, o que é que eles perceberam, como é que eles estão a trabalhar – e procuro fazer isto com perguntas e às vezes não é fácil. (...) Tenho um bocado esta preocupação de tentar seguir os raciocínios deles, que não é fácil, porque às vezes há situações em que a gente está muito longe e estamos a ver que é correcto... Mas como é que ele pensou?

Outra preocupação de Célia é não validar a correção das estratégias ou respostas dos alunos, nem quando estão certos, nem quando estão enganados, embora saiba que às vezes a sua expressão facial revela mais do que ela gostaria. Quando identifica algum grupo cujo trabalho não evolui de forma produtiva, coloca-lhe perguntas com a intenção de fazer com que os alunos reflitam sobre a abordagem à tarefa e os seus erros e adotem uma outra estratégia para a sua resolução ou corrijam os erros:

Se eu estou a ver que eles estão a ir por um caminho completamente errado, tento não dizer “isto não está bem”... Tento dizer “mas como é que começaste? Então volta lá atrás... Será que isto se verifica?”. Por exemplo, se eles pensaram mal para os 10 cubos, pergunto “essa forma de pensar verifica-se da forma como pensaste para os 3 cubos?”... Tentar fazer com que eles cheguem ao caminho correcto.

Mas Célia também se refere à difícil função que tem de desempenhar enquanto acompanha o trabalho dos grupos, relativa à organização da discussão da tarefa. A professora escolhe cuidadosamente as resoluções dos grupos que identifica como relevantes para contribuir para a discussão matemática coletiva que quer promover com o objetivo de cumprir o seu propósito matemático específico da aula:

escolher quais daquelas resoluções são importantes para a discussão colectiva – e isso é muito difícil porque... às tantas, é quase um distanciamento que é complicado gerir na aula (...) com todas aquelas solicitações. (...) Destas oito resoluções diferentes, porque não podem ser todas, qual aquela que me interessa discutir nesta aula em particular?

Célia estabelece também a ordem de discussão das resoluções que seleciona em função do potencial que lhe reconhece com vista a promover uma maior clarificação e compreensão da tarefa e também para explorar representações matemáticas produtivas e esclarecedoras:

O eu ter escolhido esta primeiro tem a ver com a tal questão da visualização... era a mais clara para eles entenderem as construções e a regra. Esta (outra) era mesmo por causa da imagem e da forma como eles representaram, eles foram aqui muito claros, $1+1+1$... portanto eram os 8 cubos a representar as diferentes faces (...) Esta [outra] era das representações mais claras desta questão da visualização, como eles visualizavam as construções – eu achei que se ainda havia dúvidas ou se ainda havia problemas, esta era mais uma tentativa de resolver.

Discussão da tarefa

Célia explicitamente valoriza esta fase da aula, pois para si constitui uma importante oportunidade de aprendizagem matemática para todos os alunos em sala de aula:

é extremamente importante porque não é só eles terem estado a pares a trabalhar, mas é... Depois o que é que isso é em termos da aula de Matemática, o que é que fica no colectivo, o que é que é discutido?

A professora pede aos autores das resoluções seleccionadas que exponham as suas estratégias e expliquem o seu raciocínio aos colegas, bem como que respondam às questões uns dos outros. Evita interferir na discussão, pois pretende que os alunos sejam protagonistas e eles parecem aceitar bem esse papel:

a tentativa é que o momento seja deles, a apresentação seja deles, que as questões sejam colocadas ao grupo que apresenta (...) E eles estão constantemente a questionar os colegas e estão interessados...

Nesta fase, as principais preocupações da professora centram-se na orquestração das intervenções dos alunos, de modo a promover o esclarecimento das ideias matemáticas emergentes. Para esta professora, a discussão vai muito além da correção da tarefa, e o confronto de diferentes estratégias e resoluções constitui um enriquecimento que quer proporcionar aos alunos, mesmo quando eles discutem resoluções com erros:

Eu acho que se apresentar diferentes [resoluções], se eles tiverem capacidade de apresentar diferentes representações e eu, depois, puder ligá-las e estabelecer as conexões entre elas, é muito mais rico do que apresentar uma só (...). A ideia também é deixar surgir aquilo que sai deles (...) e, às vezes, até pegar em situações que não estão certas.

Apesar de na aula observada manter nesta fase um papel discreto de orientação a professora conduziu uma discussão específica por ela proposta, confrontando três das diferentes resoluções já apresentadas pelos alunos, que expôs em simultâneo no retroprojektor, recorrendo aos acetatos dos grupos. A sua explicação para esta ação aparentemente contraditória baseia-se na sua visão do papel da discussão da tarefa:

Há uma altura em que eu confronto três resoluções. A ideia é essa, de haver o confronto. [A discussão] é um momento de aprendizagem, portanto... Não pode ser uma apresentação, nem é uma correcção, porque não é isso... o momento é de pôr em confronto, pensarmos em conjunto nas diferentes resoluções, nas diferentes representações, isso tem de sair dali, da apresentação... é um objetivo. (...) É colocá-los a eles a ter esse sentido crítico: “nesta situação, qual é aquela representação, aquela resolução... qual é a forma de pensar que, de facto, me ajuda mais? Porque posso ter duzentas mas, se calhar, há ali uma que eu posso escolher....”

Sistematização da aprendizagem matemática

Após a discussão, que concluiu sobre uma regra que permite determinar quantos autocolantes são utilizados numa construção com um determinado número de cubos, Célia adotou um papel mais diretivo para realizar um “momento de sistematização”. Ela mostra aos alunos uma tabela incompleta, projetada numa transparência que previamente preparou, que relaciona o número de cubos e o número de autocolantes, e desafia-os a uma outra questão que estende a tarefa anterior. A professora quer tirar proveito da discussão da tarefa para reforçar a importância e o poder das regras com letras ao explorar situações em que se lida com uma variável. Recorda também as operações inversas, procurando que a regra seja lida “ao contrário”, estabelecendo assim conexões com conhecimentos e procedimentos já abordados com os alunos em situações anteriores.

Depois deles trabalharem em pares e de discutir coletivamente o que fizeram, há uma parte de sistematização onde eu confronto... Começo por esta tabela – este número de cubos [52] até foi uma coisa que eles trabalharam – [e pergunto]: “Como é que descobrimos o número de autocolantes?”. Então, fizemos e escrevemos a regra... “E agora, sabendo o número de autocolantes, como é que sabemos o número de cubos?”. E depois há o confronto das regras no sentido de se ver as operações inversas que foram trabalhadas. E isso foi feito na sistematização, no momento de sistematização.

Conclusões e considerações finais

O quadro 1 apresenta, de forma sintética, o conjunto de ações que Célia executa enquanto ensina e as intenções principais que tem subjacentes a essas ações. As ações foram observadas na sala de aula de Célia e as intenções foram identificados a partir das entrevistas, em especial da de reflexão final. Identificámos também, entre as intenções explicitadas, em qual dos dois grandes objetivos se enquadrava: promover as aprendizagens matemáticas dos alunos ou gerir os alunos e a turma e o funcionamento da aula.

Quadro 1: Ações intencionais de Célia na sua prática de ensino exploratório da Matemática

	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
Introdução da tarefa	<p><i>Garantir a apropriação da tarefa pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Familiarizar com o contexto da tarefa (material cubos e autocolantes para apresentação) - Esclarecer a interpretação da tarefa (como?) - Estabelecer objetivos (o que se quer saber?) <p><i>Promover a adesão dos alunos à tarefa:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Estabelecer conexões com experiência anterior - Desafiar para o trabalho 	<p><i>Organizar o trabalho dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Definir formas de organização do trabalho (grupos de dois alunos para o trabalho autónomo e turma toda para a discussão colectiva) - Organizar materiais da aula (folhas com enunciado da tarefa e cubos e autocolantes para todos os grupos)
Realização da tarefa	<p><i>Garantir o desenvolvimento da tarefa pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Colocar questões e dar pistas - Sugerir representações - Focar ideias produtivas - Pedir clarificações e justificações <p><i>Manter o desafio cognitivo e autonomia dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Cuidar de promover o raciocínio dos alunos - Cuidar de não validar a correcção matemática das respostas dos alunos (nem respostas, nem expressões faciais) 	<p><i>Promover o trabalho de pares/grupos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Regular as interações entre alunos - Providenciar materiais para o grupo <p><i>Garantir a produção de materiais para a apresentação pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Pedir registos escritos - Fornecer materiais a usar (acetatos e canetas) <p><i>Organizar a discussão a fazer:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Identificar e seleccionar resoluções variadas (clarificadoras, com erro a explorar, e com representações relevantes) - Sequenciar as resoluções seleccionadas

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Discussão da tarefa</p>	<p><i>Promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Pedir explicações claras das resoluções (Porquê?) - Pedir justificações sobre os resultados e as formas de representação utilizadas - Discutir a diferença e eficácia matemática das resoluções apresentadas (tabelas e regras escritas como expressões com letras) <p><i>Regular as interações entre os alunos na discussão:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Incentivar o questionamento para clarificação de ideias apresentadas ou esclarecimento de dúvidas - Incentivar a resposta às questões colocadas 	<p><i>Criar ambiente propício à apresentação e discussão:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Dar por terminado o tempo de resolução da tarefa pelos alunos - Providenciar a reorganização dos lugares/espço para a discussão - Promover atitude de respeito e interesse genuíno pelos diferentes trabalhos apresentados <p><i>Gerir relações entre os alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Definir a ordem das apresentações - Promover e gerir as participações dos alunos na discussão
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Sistematização das aprendizagens matemáticas</p>	<p><i>Institucionalizar ideias ou procedimentos relativos ao desenvolvimento do pensamento algébrico suscitado pela exploração da tarefa:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Identificar representações produtivas para obter generalizações (tabela) - Reconhecer o valor de uma regra com letras <p><i>Estabelecer conexões com aprendizagens anteriores:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Evidenciar ligações com conceitos matemáticos e procedimentos anteriormente trabalhados (ideia de regra com letras; ideia de operação inversa). 	<p><i>Criar ambiente adequado à sistematização:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Focar os alunos no momento de sistematização coletiva - Promover o reconhecimento da importância de apurar conhecimento matemático a partir da tarefa realizada <p><i>Garantir o registo escrito das ideias resultantes da sistematização:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Registo pela professora em acetato que previamente estruturou

Para organizar estas ações adotamos um modelo de quatro fases, baseado na forma como a professora desenvolveu a sua aula relativa à tarefa “Cubos e autocolantes”: Introdução da tarefa pela professora em interação com os alunos; Realização da tarefa pelos alunos e acompanhada pela professora; Discussão da tarefa pelos alunos, orquestrada pela professora; Sistematização das aprendizagens matemáticas, conduzida pela professora com a colaboração dos alunos. Esta opção permite distinguir dois fins diferentes do trabalho coletivo da turma posterior à resolução da tarefa, identificados nas práticas de Célia: a discussão da tarefa, com base na comparação e confronto de estratégias dos alunos, e o colocar em evidência e institucionalizar da aprendizagem matemática (um conceito, uma ideia, um procedimento, ...) pretendida pela professora como um propósito matemático da aula, ancorada na exploração da tarefa e sua discussão. A identificação destes dois propósitos distintos, correspondentes também a momentos distintos da aula, reforça a possibilidade de o ensino exploratório ser adequado não apenas ao desenvolvimento de capacidades transversais dos alunos como, por exemplo, a resolução de problemas e a comunicação matemática, mas também como contexto de aprendizagem de conceitos e procedimentos que anteriormente não foram ainda trabalhados pelo professor com os alunos e que assim surgem com significado e relevância perante estes (Canavaro, 2011; Stein *et al.*, 2008).

Ao conduzir a sua aula, Célia age motivada por dois propósitos principais que se distinguem e se revelaram no seu discurso: a promoção das aprendizagens matemáticas dos alunos e a gestão das relações e do trabalho dos alunos e da turma como um todo. A maioria das ações

realizadas dedicadas à gestão da turma têm a intenção, como se pode perceber nas reflexões de Célia, de criar melhores condições para a aprendizagem matemática dos alunos. No entanto, Célia aparentou ter uma maior predisposição para se referir às ações que incidem diretamente sobre a promoção das aprendizagens e menos às relacionadas com a gestão (tempo, ritmo, organização, sequência, funcionamento, recursos), apesar de existirem apontamentos deste domínio no plano da aula. Esta constatação parece ir ao encontro da ideia de que os professores tendem a considerar estes aspectos de modo implícito e não explícito, apesar do impacto significativo que podem ter nas aprendizagens dos alunos (Anghileri, 2006).

Outro aspeto interessante a destacar é a diversidade de papéis que a professora e os alunos assumem nesta aula. A prática de um ensino exploratório da Matemática não implica necessariamente que os alunos estão no comando da aula a cada momento. É muito claro que Célia assume uma atitude de condução da aula mais centrada em si mesma na fase final de sistematização das aprendizagens dos alunos, enquanto que nas fases em que os alunos trabalham autonomamente e discutem a tarefa, tenta ser, ainda que de formas diferentes, o mais discreta possível. O papel do professor e dos alunos na sala de aula é certamente um aspeto marcante da experiência matemática dos alunos (NCTM, 2000; Ponte, 2005).

A elaboração deste quadro evidenciou-nos a dimensão relacional que está muito presente nas práticas de ensino exploratório. Na realidade, esta caracterização das práticas de Célia deve ser vista no contexto das suas relações com os alunos: a esmagadora maioria das ações da professora surge como resposta à sua interpretação do que são as necessidades da turma ou de alguns alunos particulares tendo em vista os propósitos matemáticos para a aula. Ela interpreta ouvindo e observando os alunos, e decide a sua ação seguinte em função da apreciação do que ouve e observa, ancorada no que foi a sua preparação da aula (Franke, Kazemi, & Battey, 2007; Stein *et al.*, 2008).

O quadro da prática de Célia também reforça a ideia da complexidade do desenvolvimento das práticas de ensino exploratório da Matemática (Franke, Kazemi, & Battey, 2007). Durante a aula, a professora precisou de prestar atenção a vários aspectos e em simultâneo, e precisou de tomar decisões que afetaram as oportunidades de aprendizagem matemática dos alunos.

É nossa expectativa de que uma análise transversal de casos de diferentes professores nos permita a elaboração um quadro geral que constitua uma referência real e detalhada da prática de ensino exploratório dos professores de Matemática, e que este possa servir como um recurso para o desenvolvimento do professor que pretende experimentar e consolidar este tipo de ensino a fim de proporcionar aos seus alunos oportunidades de aprendizagem da Matemática mais significativas.

Referências

- Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 33–52.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Franke, K. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 225-356). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Lampert, M. (2004). Response to teaching practice/Teacher learning practice group. In J. Spillane, P. Cobb, & A. Sfard (Org.), *Investigating the practice of school improvement: Theory, methodology and relevance*. Bellagio, Italy.

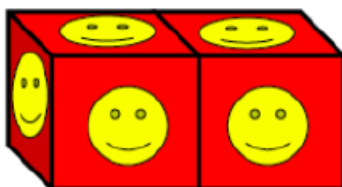
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Oliveira, H., Menezes, L., & Canavarro, A. P. (2012). Recursos didáticos numa aula de ensino exploratório: Da prática à representação de uma prática. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática – Práticas de ensino da Matemática*, 2012.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., Oliveira, H., Cavarro, A. P., Moreira, D., Martinho, H., Menezes, L., & Ferreira, R. (2012). Projeto P3M – Práticas profissionais dos professores de Matemática. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática – Práticas de ensino da Matemática*, 2012.
- Sowder, J. T. (2007). The Mathematical Education and Development of Teachers. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 157-223). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 268–275.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 458-477.

Anexo 1*

Tarefas “Cubos com autocolantes”

A Joana está a construir um jogo com cubos e autocolantes. Ela une os cubos por uma das faces e forma filas de cubos. Depois cola um autocolante em cada uma das faces.

A imagem mostra a construção que a Joana fez com 2 cubos. Nessa construção ela usou 10 autocolantes.



1. Descobre quantos autocolantes a Joana usa numa construção com:
 - 1.1. Três cubos.
 - 1.2. Quatro cubos.
 - 1.3. Dez cubos.
 - 1.4. Cinquenta e dois cubos.

2. Consegues descobrir qual é a regra que permite saber quantos autocolantes a Joana usa numa construção com um qualquer número de cubos? Explica como pensaste.

* Tarefa adaptada de Moss, J., Beaty, R., McNab, S. L., & Eisenband, J. (2005). *The potential of geometric sequences to foster young students' ability to generalize in Mathematics*. <http://www.brookings.edu/gs/brown/algebraicreasoning.htm>